

RAFAŁ KLUZ\*

## WYZNACZANIE ZDOLNOŚCI JAKOŚCIOWEJ ZROBOTYZOWANEGO STANOWISKA MONTAŻOWEGO

W artykule przedstawiono charakterystykę i ocenę najczęściej stosowanych metod wyznaczania wielowymiarowego wskaźnika zdolności jakościowej maszyn pod kątem ich wykorzystania do badania zdolności jakościowej stanowiska montażowego. Zaproponowano autorską metodę wyznaczania wskaźnika zdolności jakościowej  $MC_s$  zrobotyzowanego stanowiska montażowego, którą zweryfikowano w badaniach symulacyjnych. W końcowej części przedstawiono wyniki i wnioski z analiz

**Słowa kluczowe:** wskaźnik zdolności jakościowej, montaż, stanowiska montażowe, dokładność montażu

### 1. WPROWADZENIE

Ważnym zagadnieniem z zakresu pracy zrobotyzowanego stanowiska montażowego jest zapewnienie wymaganej wartości wskaźnika zdolności jakościowej. Badanie zdolności jakościowej stanowiska montażowego polega na odniesieniu powstających na nim błędów (liniowych lub/i kątowych) do tolerancji względnego przemieszczenia lub skręcenia osi łączonych części. Ponieważ błędy powstające na stanowisku montażowym są wielowymiarowymi zmiennymi losowymi, zatem do analizy należy wykorzystać tzw. wielowymiarowy wskaźnik oceny zdolności jakościowej (*multivariate capability stand index*)  $MC_s$ .

W literaturze przedmiotu podaje się wiele metod wyznaczania wielowymiarowych wskaźników zdolności jakościowej [1, 3, 8, 9]. Ich wadą jest przede wszystkim duża pracochłonność, wynikająca ze złożoności obliczeń koniecznych podczas prowadzenia analizy. Dlatego większość przedsiębiorstw poszukuje prostszych metod wyznaczania zdolności jakościowej procesów i maszyn (stanowisk montażowych). Jednakże uproszczenie obliczeń prowadzi do znacznego uproszczenia analizy i przyjęcia metod, których wyniki w wielu przypadkach nie odzwierciedlają rzeczywistego charakteru błędów powstających na

---

\* Dr inż. – Katedra Technologii Maszyn i Organizacji Produkcji Politechniki Rzeszowskiej.

stanowisku montażowym. Dlatego podjęto próbę opracowania metody wyznaczenia zdolności jakościowej stanowiska montażowego, która uwzględniałaby specyficzne warunki procesu, pomijane w metodach uproszczonych, a jednocześnie była na tyle prosta, żeby mogła być wykorzystana w warunkach produkcyjnych.

## 2. CHARAKTERYSTYKA WYBRANYCH WSKAŹNIKÓW ZDOLNOŚCI JAKOŚCIOWEJ MASZYN

Podstawowym warunkiem osiągnięcia dużej niezawodności pracy stanowiska montażowego jest spełnienie warunku montowalności wszystkich kojarzonych części. Montowalność charakteryzują wartości tolerancji elementów montowanych, a także granice dopuszczalnych przemieszczeń liniowych i kątowych elementów łączonych w przestrzeni, granice, w których możliwy jest jeszcze montaż [6]. Uwzględniając zatem warunki montowalności, wskaźniki zdolności jakościowej stanowiska montażowego  $MC_s$  w ogólnej postaci można przedstawić następująco:

$$MC_{s_{\Delta l}} = \frac{T_{\Delta l}}{\Delta l} \quad (1)$$

$$MC_{s_{\Delta \gamma}} = \frac{T_{\Delta \gamma}}{\Delta \gamma} \quad (2)$$

gdzie:  $\Delta l$  – liniowe względne przesunięcie osi łączonych elementów,

$\Delta \gamma$  – kątowe skrócenie osi łączonych elementów,

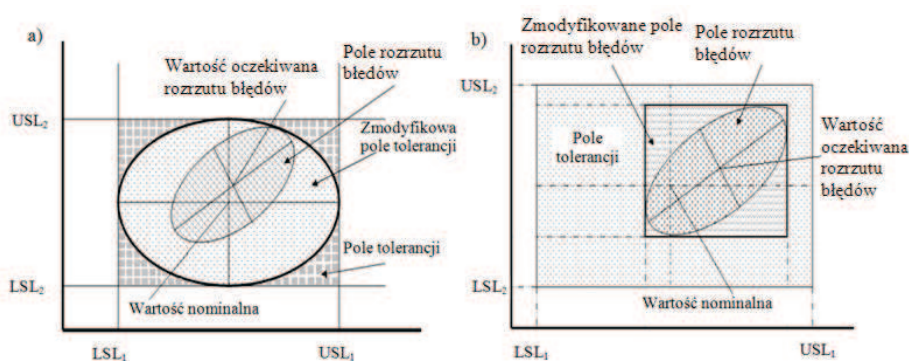
$T_{\Delta l}$  – tolerancja względnego przesunięcia liniowego osi łączonych elementów,

$T_{\Delta \gamma}$  – tolerancja względnego skrócenia osi łączonych elementów.

Wyznaczenie zdolności jakościowej stanowiska montażowego można znacznie ułatwić, dokonując podziału połączeń według kształtów powierzchni, którymi są łączone na nim części. Z tego punktu widzenia montaż typowych, najbardziej rozpowszechnionych połączeń można rozpatrywać jako typowy szereg czynności łączenia części z powierzchniami płaskimi, walcowymi, stożkowymi, kulistymi, gwintowymi i innymi [6].

Połączenia z powierzchniami płaskimi stanowią 10–12% wszystkich połączeń części. Tolerancję względnego przemieszczenia osi łączonych elementów można wyrazić w postaci objętości prostopadłościanu lub pola powierzchni jego rzutu na płaszczyznę prostopadłą do osi kojarzonych części. Do wyznaczenia zdolności jakościowej stanowiska montażowego w tym przypadku można wykorzystać (po niewielkiej modyfikacji) kilka wskaźników proponowanych w literaturze przedmiotu. Taam i Subbaiah [10] zaproponowali wskaźnik polegający na

odniesieniu zmodyfikowanej tolerancji, wyrażonej w postaci pola powierzchni elipsy wpisanej w prostokąt do pola rozrzutu błędów powstających na stanowisku montażowym (rys. 1a). Inne rozwiązanie zaproponowali Shahriari i Hubele [8]. W ich koncepcji wskaźnik wyznaczany jest jako stosunek tolerancji względnego przesunięcia osi łączonych części do zmodyfikowanego pola rozrzutu błędów (pola powierzchni prostokąta opisanego na powierzchni elipsy) (rys. 1b).



Rys. 1. Porównanie metod wyznaczania wskaźników zdolności jakościowej stanowiska montażu części z powierzchniami płaskimi (LSL, USL – dolna i górna granica tolerancji); a) metoda Taam i Subbaiah [8], b) metoda Shahriari i Hubele [7]

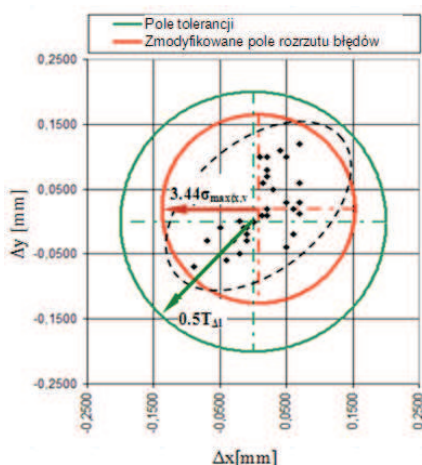
Fig. 1. The comparison of the determine capability index method for the parts with flat surfaces (LSL, USL – lower and upper of tolerance limit); a) Taam and Subbaiah method [8], b) Shahriari and Hubele method [7]

Obie metody są porównane w pracy Raissi [7], który podał własny uproszczony sposób obliczania wskaźnika z wykorzystaniem równania regresji. Celem tego autora było zaproponowanie na tyle prostego wskaźnika, aby mógł być on wykorzystany w każdym przedsiębiorstwie do analizy złożonych procesów wytwórczych, bez konieczności wykonywania skomplikowanych obliczeń.

W literaturze przedmiotu nie ma zbyt dużo wskaźników, które można wykorzystać do wyznaczenia zdolności jakościowej stanowiska i procesu montażu połączeń o powierzchniach cylindrycznych (stanowiących około 40% ogólnej liczby połączeń) i gwintowych (20–25%). Tolerancję wzajemnego liniowego przemieszczenia osi takich łączonych elementów można wyrazić w postaci objętości walca lub pola powierzchni jego rzutu na płaszczyznę prostopadłą do osi kojarzonych części. Większość przedsiębiorstw wykorzystuje do tego celu metodę zaproponowaną przez Chena [1], polegającą na wyznaczeniu błędu względnego przemieszczenia osi łączonych elementów w dwóch prostopadłych osiach i przyjęciu do obliczeń wartości maksymalnego odchylenia standardowego błędu względnego przemieszczenia osi łączonych części ( $\sigma_{\max(x,y)}$ ) (rys. 2). Przy

takim podejściu wskaźnik zdolności jakościowej stanowiska montażowego przyjmuje następującą postać [1]:

$$MC_s = \frac{0,5T_{\Delta l}}{3,44\sigma_{\max(x,y)}} \quad (3)$$



Rys. 2. Metodologia wyznaczania wskaźnika zdolności jakościowej  $MC_s$  według Chena [1]  
Fig. 2. The methodology of capability index  $MC_s$  determination according to Chen [1]

nych, która uwzględnia zależność pomiędzy zmiennymi losowymi i jednocześnie jest na tyle prosta, że może być zaimplementowana w programie Microsoft Excel, wykorzystywanym w większości przedsiębiorstw do tego typu analiz.

### 3. PROPONOWANA METODA WYZNACZANIA WSKAŹNIKA ZDOLNOŚCI JAKOŚCIOWEJ STANOWISKA MONTAŻOWEGO

#### 3.1. Tolerancja względnego przemieszczenia osi łączonych części

Wyznaczanie zdolności jakościowej stanowiska i procesu montażu części cylindrycznych jest bardzo złożone. Główny wpływ na poprawny przebieg montażu ma odległość między osiami kojarzonych części, która powinna się mieścić w tolerancji ich względnego przemieszczenia. Ponieważ zarówno tuleje, jak i wał są wykonywane z pewną tolerancją, tolerancja względnego przemieszcze-

Przedstawiona metoda jest prosta w użyciu, albowiem nie wymaga skomplikowanych obliczeń, jednak uzyskane wyniki są poprawne jedynie w przypadku, gdy rozpatrywane zmienne są niezależne stochastycznie. Gdy zachodzi korelacja między zmiennymi, mamy do czynienia z elipsami koncentracji prawdopodobieństwa, nachylenymi pod pewnym kątem do przyjętego układu współrzędnych (rys. 2). Wykorzystanie zatem zależności (3) do analizy zdolności jakościowej stanowiska montażowego może w pewnych przypadkach prowadzić do błędnej interpretacji wyników pomiaru. Dlatego niżej zaproponowano metodę wyznaczania zdolności jakościowej stanowiska montażu części o powierzchniach cylindrycz-

nia osi łączonych elementów może przyjmować różną wartość, zależną od przyjętej metody montażu.

W metodzie zamienności pełnej jest wymagane blisko 100-procentowe prawdopodobieństwo połączenia części. Zatem w tym przypadku tolerancja względnego przemieszczenia osi części odpowiada luzowi minimalnemu ( $L_{\min}$ ) rozpatrywanej jednostki montażowej (rys. 3a):

$$T_{\Delta l} = L_{\min} = D_{\min} - d^{\max} \quad (4)$$

gdzie:  $D$  – średnica otworu,  
 $d$  – średnica wałka.

W metodzie zamienności częściowej zakłada się, że równocześnie niekorzystne graniczne wartości odchyłek w łańcuchach wymiarowych występują bardzo rzadko. Można zatem, posługując się zasadami rozkładu prawdopodobieństwa, zwiększyć wartość tolerancji względnego przemieszczenia osi łączonych elementów, tym bardziej że w większości przedsiębiorstw graniczna wartość wskaźnika zdolności procesu  $C_p$  podczas wytwarzania części maszyn wynosi 1,33.

Wartość tolerancji względnego przemieszczenia osi łączonych części można zatem zwiększyć o wartość  $T(t)$  [4] (rys. 3b):

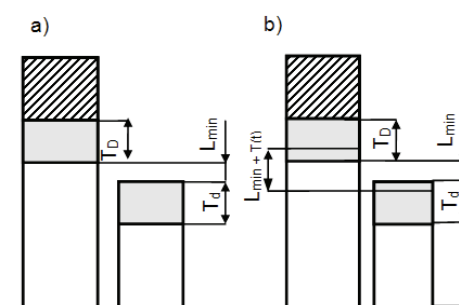
$$T_{\Delta l} = L_{\min} + T(t) \quad (5)$$

$$T(t) = T_D + T_d - t \sqrt{c_D^2 T_D^2 + c_d^2 T_d^2} \quad (6)$$

gdzie:  $T_D, T_d$  – tolerancja tulei i wałka,

$t$  – współczynnik ryzyka określający liczbę niezmontowanych połączeń (np. gdy  $t = 3,89$ , należy się spodziewać 0,01% jednostek niespełniających warunków odbioru, a gdy  $t = 3$ , około 0,27%) [2],

$c_D, c_d$  – współczynnik rozproszenia pola rozrzutu tolerancji tulei i wałka (dla rozkładu Gaussa  $c = 0,333$ ) [2].



Rys. 3. Tolerancja względnego przemieszczenia osi łączonych części: a) zamienność pełna, b) zamienność częściowa  
 Fig. 3. The tolerance of the axis relative displacement of joined parts, a) full interchangeability. b) partial interchangeability

### 3.2. Wyznaczanie liniowego przemieszczenia osi łączonych elementów

Gdy na proces montażu nie oddziałują specjalne czynniki, błąd względnego przemieszczenia osi łączonych części można opisać dwuwymiarową funkcją gęstości normalnego rozkładu prawdopodobieństwa [4, 5]:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det[\Sigma]}} \exp\left[-\frac{1}{2}(A_x x^2 + A_y y^2 + 2A_{xy}xy)\right] \quad (7)$$

$$A_x = \sigma_x^{-2}(1 - \rho)^{-1} \quad (8)$$

$$A_y = \sigma_y^{-2}(1 - \rho)^{-1} \quad (9)$$

$$A_{xy} = -\sigma_x^{-1}\sigma_y^{-1}(\rho^{-1} - \rho)^{-1} \quad (10)$$

gdzie:  $\Sigma$  – macierz kowariancji zmiennej losowej błędu względnego przemieszczenia osi łączonych części,

$\sigma_x, \sigma_y$  – brzegowe odchylenia standardowe zmiennej losowej błędu względnego przemieszczenia osi łączonych części,

$\rho$  – współczynnik korelacji między zmiennymi  $x$  i  $y$ .

Rozwiązując równanie:

$$\Lambda_x x^2 + \Lambda_y y^2 + 2\Lambda_{xy}xy = \lambda^2 \quad (11)$$

można otrzymać elipsoidy koncentracji prawdopodobieństwa, na których powierzchniach gęstość prawdopodobieństwa ma stałą wartość. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że zmienna losowa  $x, y$  będzie leżała wewnątrz elipsy, podlega rozkładowi chi-kwadrat o dwóch stopniach swobody:

$$\lambda^2 = \chi_\alpha^2(2) \quad (12)$$

Elipsy koncentracji prawdopodobieństwa są miejscami geometrycznymi punktów, w których gęstość prawdopodobieństwa błędu względnego przemieszczenia osi ma stałą wartość. Równanie rodzin elipsoid (11) dla różnych wartości prawdopodobieństwa umożliwia wyznaczenie granic obszaru błędu względnego przemieszczenia osi części przy żądanym prawdopodobieństwie zajścia tego zdarzenia. W związku z tym parametrem umożliwiającym oszacowanie z zadowalającą dokładnością maksymalnego błędu względnego przemieszczenia osi łączonych części (z uwzględnieniem zależności między zmiennymi) jest odległość skrajnego punktu elipsy koncentracji prawdopodobieństwa od żądanego nominalnego położenia. Parametr ten reprezentowany jest przez największą półoś  $R$  rozważanej elipsy (rys. 4).

W ogólnym przypadku elipsy koncentracji prawdopodobieństwa o równaniu (11) są krzywymi stopnia drugiego opisanymi równaniem [5]:

$$A_x x^2 + 2A_{xy}xy + A_y y^2 + 2A_{x0}x + 2A_{y0}y + \lambda^2 = 0 \quad (13)$$

gdzie wyznacznik

$$w = \begin{vmatrix} \Lambda_x & \Lambda_{xy} \\ \Lambda_{xy} & \Lambda_y \end{vmatrix} \quad (14)$$

nazywany małym wyróżnikiem równania (13), oraz wyznacznik:

$$W = \begin{vmatrix} A_x & A_{xy} & A_{x0} \\ A_{xy} & A_y & A_{y0} \\ A_{x0} & A_{y0} & \lambda^2 \end{vmatrix} \quad (15)$$

nazywany dużym wyróżnikiem równania (13), a także wyrażenie  $p = A_x + A_y$  są niezmiennikami przesunięcia i obrotu układu  $Oxy$ . Chcąc zatem wyznaczyć najdłuższą półoś, należy sprowadzić rozważane równanie do postaci kanonicznej, czyli dokonać zmiany układu współrzędnych, a mianowicie wykonać obrót. W rozważanym przypadku mały wyróżnik równania  $w \neq 0$ , w związku z czym istnieje zawsze taki układ  $O'x'y'$ , że równanie (13) przyjmuje w nim postać:

$$Ax'^2 + By'^2 + C = 0 \quad (16)$$

gdzie  $C = W/w$ .

Gdy znane są liczby  $A$  i  $B$ , rozwiązując układ równań niezmienników:

$$\begin{cases} A + B = p \\ AB = w \end{cases} \quad (17)$$

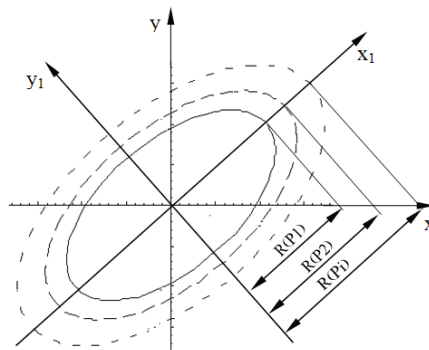
można wyznaczyć długość półosi elipsy  $R$ , wewnątrz której z żądanym prawdopodobieństwem  $\alpha$  znajdzie się wektor błędu względnego przemieszczenia osi łączonych elementów [4]:

$$R = \frac{\sqrt{2\chi_\alpha^2}}{\sqrt{A_x + A_y - \sqrt{A_x^2 - 2A_xA_y + A_y^2 + 4A_{xy}^2}}} \quad (18)$$

gdzie:  $\chi_\alpha^2(2)$  – kwantyle rzędu  $\alpha$  rozkładu chi-kwadrat o dwóch stopniach swobody.

Zatem ostateczna postać proponowanego wskaźnika zdolności jakościowej stanowiska montażowego  $MC_s$  przyjmuje następującą postać:

$$MC_s = \frac{0,5T_{\Delta l}}{R(\alpha = 0,9973)} \quad (19)$$



Rys. 4. Schemat przedstawiający elipsy koncentracji prawdopodobieństwa błędu przemieszczenia osi ( $R$  – długość dłuższej półosi elipsy,  $P$  – prawdopodobieństwo)

Fig. 4. Scheme representing the ellipses of the concentration of the error probability of the axis displacement ( $R$  – the length of the longer semi-axe of the ellipse,  $P$  – the probability)

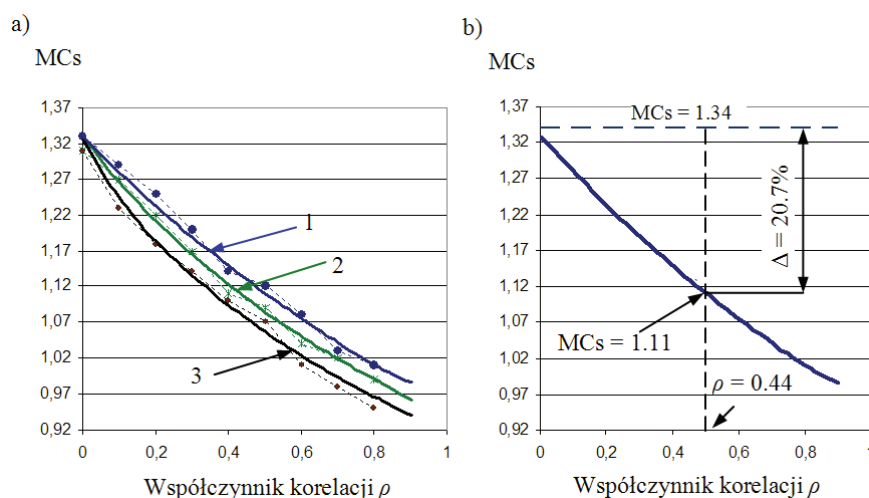
## 4. WERYFIKACJA METOD

W celu zweryfikowania adekwatności przedstawionej metody przeprowadzono symulację procesu montażu, a uzyskane wyniki porównano z wartością wskaźnika otrzymaną na podstawie zależności (19) (rys. 5a). W każdym z analizowanych przypadków maksymalne błędy bezwzględne i względne nie przekraczały 3% (tabl. 1), co potwierdza przydatność tej metody do badania zdolności jakościowej stanowiska montażowego.

Tablica 1

Porównanie wyników obliczeń wartości wskaźnika  $MC_s$  z wynikami symulacji  
The comparison of the calculation results of the coefficient  $MC_s$  value with the simulation results

Lp.	Parametry zmiennej losowej błędu względnego przemieszczenia osi	Tolerancja względnego przemieszczenia osi $T_{\Delta l}$	Maksymalny błąd bezwzględny	Maksymalny błąd względny	Błąd średni
1	$\sigma_x = 0,05$ mm, $\sigma_y = 0,05$ mm	0,48 mm	2,4%	3%	0,85%
2	$\sigma_x = 0,04$ mm, $\sigma_y = 0,04$ mm	0,38 mm	1%	1,1%	0,78%
3	$\sigma_x = 0,03$ mm, $\sigma_y = 0,03$ mm	0,28 mm	2,1%	1,85%	1,09%



Rys. 5. Zależność przedstawiająca wpływ współczynnika korelacji liniowej  $\rho$  na wartość wskaźnika  $MC_s$ : a) porównanie wyników obliczeń z wynikami symulacji (1, 2, 3 – odpowiednio zmienne losowe z tabl. 1, poz. 1, 2, 3), b) porównanie wartości wskaźnika  $MC_s$  wyznaczonych na podstawie zależności (3) i (19) dla danych przedstawionych w tabl. 1, poz. 1

Fig. 5. Relationship representing the influence of the linear correlation coefficient  $\rho$  on the value of the capability index  $MC_s$ : a) the comparison of the calculation results with the results of the simulation (1, 2, 3 – suitably random variables from table 1, p. 1, 2, 3), b) comparison of index  $MC_s$  value determined on the basis (3) and (19) for the dates on Table 1 p. 1



Z analizy wynika ponadto, że wartość wskaźnika uzyskana na podstawie zależności (3) ( $MC_s = 1,4$ ) zawiera największy błąd. Błąd ten dla wyników pomiarów przedstawionych na rys. 2 (tabl. 1, poz. 1) wynosi 20,7%. Uzyskana przedstawioną metodą wartość wskaźnika ( $MC_s = 1,11$ ) nieznacznie odbiega od wartości otrzymanej w wyniku symulacji ( $MC_s = 1,12$ ). Wartość błędu wynosi w tym przypadku 1%. Analiza rys. 5 potwierdza również to, że metoda uproszczona może być stosowana jedynie wówczas, gdy mamy pewność, że między analizowanymi zmiennymi nie występuje zależność stochastyczna, gdyż w miarę zwiększania się wartości współczynnika korelacji liniowej  $\rho$  gwałtownie zwiększa się różnica między wartością wskaźnika  $MC_s$  wyznaczoną na jej podstawie a wartością uzyskaną w wyniku symulacji.

## 5. PODSUMOWANIE

Istniejące obecnie standardy zarządzania jakością wymagają od przedsiębiorstw nieustannego doskonalenia jakości procesów. Nieodzownym elementem sterowania i doskonalenia jakości procesów są wskaźniki zdolności jakościowej. Z uwagi na złożoność procesu montażu, wymagającego dokonywania analizy w płaszczyźnie prostopadłej do osi kojarzonych części, w wielu przedsiębiorstwach zdolność jakościową procesu i stanowiska montażowego wyznacza się metodą uproszczoną. Może to prowadzić do niezgodności procesów i powodować dodatkowe koszty związane z przestojem linii montażowej. W przedstawionej metodzie uwzględniono możliwość wystąpienia zależności stochastycznej między zmiennymi, będącej główną przyczyną niedokładności metod uproszczonych. Badania symulacyjne wykazały, że w zależności od wartości parametrów zmiennych losowych i wartości współczynnika korelacji liniowej między składowymi wektora błędu względnego przemieszczenia osi łączonych części uzyskana metodami uproszczonymi wartość wskaźnika zdolności jakościowej może być zawyżona nawet o 25% w stosunku do wartości wskaźnika  $MC_s$  uzyskanej przedstawioną metodą, zweryfikowaną w badaniach symulacyjnych.

## LITERATURA

- [1] **Chen H.**, A multivariate process capability index over a rectangular solid tolerance zone, *Statistica Sinica*, 1994, vol. 4, s. 749–758.
- [2] **Choroszy B.**, *Technologia maszyn*, Wrocław, OWPW 2000.
- [3] **Foster E. J., Barton R. R.**, The process-oriented multivariate capability index, *International Journal of Production Research*, 2005, vol. 43, s. 2165–2148.
- [4] **Kluz R.**, Montowalność czopowo-tulejowych połączeń realizowanych przez roboty montażowe, *Technologia i Automatyzacja Montażu*, 2007, nr 2, s. 17–20.
- [5] **Kotulski Z., Szczepiński W.**, *Rachunek kosztów dla inżynierów*, Warszawa, WNT 2004.

- [6] **Lunarski J., Lunarski J., Szabajkiewicz W.**, Automatyzacja procesów technologicznych montażu maszyn, Warszawa, WNT 1993.
- [7] **Raissi S.**, Multivariate process capability indices on the presence of priority for quality characteristics, Journal of Industrial Engineering International, 2009, vol. 5, s. 27–39.
- [8] **Shahriari H., Hubele N. F., Lawrence F. P.**, A multivariate process capability vector, w: Proceeding of The 4th Industrial Engineering Research Conference, Institute of Industrial Engineers, 1995, s. 304–309.
- [9] **Shinde R. L., Khadse K. G.**, Multivariate process capability using principal component analysis, Quality and Reliability Engineering International, 2009, vol. 25, s. 69–77.
- [10] **Taam W., Subbaiah P., Liddy J. W.**, A note on multivariate capability indices, Journal of Applied Statistics, 1993, vol. 20, s. 339–351.

Praca wpłynęła do Redakcji 15.03.2011

Recenzenci: prof. dr hab. inż. Adam Hamrol  
prof. dr hab. inż. Jan Żurek

#### DETERMINATION OF THE QUALITY ABILITY FOR THE ROBOTIZED ASSEMBLY STAND

##### S u m m a r y

This article presents characteristics and evaluation the most often applied methods in order to determine of multivariate capability index at the angle of their possibility to research of qualitative ability of the assembly stand. The author's method of capability index  $MC_s$  determination for the robotized assembly stand on which joined process of cylindrical parts was realized, also was shown. Presented method was verified simulating investigations The final part of the paper presents the results and conclusions from conducted analyses.

**Key words:** the ability process, assembly, assembly positions, precision of the assembly